

Titre du stage :

“Méthodes de décomposition en programmation quadratique convexe en variables mixtes”

Encadrants :

Lucas Létocart
lucas.letocart@lipn.univ-paris13.fr

Emiliano Traversi
emiliano.traversi@lipn.univ-paris13.fr

Lieu du stage :

LIPN, UMR CNRS 7030, Institut Galilée
Université Paris 13
99 avenue Jean-Baptiste Clément, 93430 Villetaneuse

Durée et rémunération :

Ce stage pourra s'effectuer sur une durée comprise entre 4 et 6 mois, à partir de début 2016 et jusqu'à août 2016.

Gratification usuelle pour un stage de Master 2ème année, soit environ 555 euros par mois.

Contexte

Les problèmes d'optimisation combinatoire peuvent être formulés à l'aide de programmes mathématiques en variables mixtes contenant un nombre considérable de variables et/ou de contraintes (ce nombre peut être exponentiel par rapport à la taille de l'instance). Il n'est donc pas possible, d'un point de vue algorithmique, de résoudre directement ces formulations. Il convient alors de proposer des méthodes de décomposition afin de résoudre efficacement ces formulations.

La décomposition de Dantzig-Wolfe fournit un moyen d'obtenir des relaxations de bonne qualité en convexifiant partiellement la région admissible en reformulant le problème en variables mixtes via une formulation étendue contenant un nombre exponentiel de variables. Une fois le problème reformulé, au lieu d'énumérer explicitement les variables a priori, elles peuvent être itérativement générées via la génération de colonnes. La décomposition simpliciale est une adaptation de la décomposition de Dantzig-Wolfe basée sur le théorème de Carathéodory, où le problème maître et le sous-problème issus de la décomposition sont construits sans utiliser les variables duales.

Avec la génération de colonnes, on ne considère qu'un sous-ensemble de variables puis on ajoute à la formulation restreinte les variables ou colonnes améliorant la solution courante. La génération de colonnes peut alors être utilisée pour fournir des bornes sur la valeur entière du problème dans le cadre de schémas de séparation et d'évaluation progressive, obtenant des approches de type branch and price.

La programmation quadratique en variables mixtes s'intéresse à la résolution de programmes mathématiques contenant des variables entières et continues ainsi que des produits de variables dans la fonction objectif et/ou dans les contraintes. Ces problèmes sont particulièrement difficiles à résoudre puisqu'ils combinent la nature combinatoire des problèmes discrets et la non linéarité. La résolution de problèmes combinatoires par des approches quadratiques est un domaine de recherche actuellement très actif en optimisation combinatoire. Des outils numériques performants sont à présent disponibles pour résoudre des classes particulières de programmes non linéaires tels que les programmes quadratiques convexes continus et les programmes semi-définis. Un des enjeux majeurs est donc l'élaboration de nouvelles approches non linéaires et le développement des outils associés.

Projet

Le projet de ce stage concerne l'élaboration et l'implémentation de méthodes faisant appel à la décomposition de Dantzig-Wolfe, la décomposition simpliciale et la génération de colonnes pour résoudre

des programmes quadratiques en variables mixtes. Nous souhaitons nous intéresser aux problèmes quadratiques convexes en variables continues dans un premier temps puis, dans un second temps, aux problèmes quadratiques convexes en variables entières, en proposant des décompositions pertinentes permettant ainsi de résoudre ce type de problèmes de manière efficace, en se comparant à des solveurs commerciaux et/ou libres.

Une poursuite en thèse est envisagée sur un sujet connexe dans la continuité du sujet de stage.

Connaissances et compétences requises :

Étudiant en 2^{ème} année de Master en informatique ou mathématiques appliquées avec des connaissances en recherche opérationnelle (optimisation combinatoire et optimisation mathématique). Des compétences en programmation (C et C++ notamment) et en développement de logiciels seront également appréciées.